LYCEE SECONDAIRE
9 AVRIL 1938
Sidi Bouzid

Série fonction trigonométrique
2002-2003

## EXERCICE N°1

Soit f la fonction définie sur IR par: $f(x)=\dfrac{2\sin^2 x-3\sin x}{\sin x-2}$ et on désigne par Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- Etudier la périodicité de f
2- Soit k un entier de $\mathbb{Z}$ Montrer que les droites $D_k : y=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ sont des axes de symétrie pour la courbe Cf
3- Déduire que le domaine d'étude de f est réduit à $D_E=\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$
4- a) Etudier les variations de f sur $D_E$
   b) Tracer la courbe $C_1f$ sur l'intervalle $[-\pi,\pi]$ en précisant la Tangente en O
5- Soit g la fonction définie sur par: $g(x)=f(|x|)$
   Représenter graphiquement la courbe de g dans le même repère

## EXERCICE N°2

Soit f la fonction définie par: $f(x)=\sin(2x)$

1- Etudier et représenter graphiquement la courbe de f
2- Déterminer toutes les axes de symétrie de f et les centres de symétries de Cf
3- a) Vérifier que pour tout $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ , $k\in\mathbb{Z}$ on a: $\sin 2x=\dfrac{2\operatorname{tg}x}{(1+\operatorname{tg}^2x)}$
   b) Déterminer alors graphiquement le nombre des solutions Dans l'intervalle $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ de l'équation: $m\operatorname{tg}^2x-2\operatorname{tg}x+m=0$ Selon le réel m
4- Soit g la fonction définie par: $g(x)=2\cos 2(x-\dfrac{\pi}{4})$ utiliser la courbe de f pour représenter celui de g

## EXERCICE N°3

Soit f la fonction définie par: $f(x)=\dfrac{\sin^2 2x}{-1+\sin 2x}$

1- Préciser le domaine de définition de f
2- Montrer que les droites $D_k$ d'équations $x=(2k+1)\dfrac{\pi}{4}$ sont des axes de symétrie pour Cf

3- Justifier que le domaine d'étude peut se réduit à $D_E=\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]\cap Df$

4- Etudier les variations de f

5- Construire Cf

6- Soit g la fonction définie part: $g(x)=\dfrac{\sin^2 2x-\sin 2x+1}{-1+\sin 2x}$

   a) Montrer que pour tout x dans Dg on a: $g(x)=f(x+\pi)-1$

   b) Déduire alors une construction de Cg

EXERCICE N°4

Soit f la fonction définie sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right[$ par $f(x)=tg\left(-\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$

1- Montrer que le point $\omega\left(\frac{\pi}{2},f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ est un centre de symétrie pour Cf

2- Dresser le tableau variation de f sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right[$ et préciser le signe de f(x)

3- Montrer que pour tout $x\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right[$ on a: $f''(x)=-f'(x)f(x)$. En déduire que $\omega$ est un point d'inflexion pour Cf

4- Déterminer une équation cartésienne de la tangente à Cf au point $\omega$

5- Etudier la position de Cf et $T_\omega$

6- Soit D: $y=x-\frac{\pi}{2}$, Montrer qu il existe deux points A et B symétrique par rapport à $\omega$ tel que la tangente à Cf en chacun de ces points sont perpendiculaires à D

7- Construire Cf